Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie
2 BAC- PC/SVT

Les Fonctions Logarithmiques

Rque ①

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$
$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$$
$$\ln(a^n) = n\ln|a|$$
$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$$

Rque ②

$$\ln(x) = \ln(y) \Leftrightarrow x = y$$
$$\ln(x) > \ln(y) \Leftrightarrow x > y$$

Rque ③

$$\ln(x) = y \Leftrightarrow x = e^{y}$$

$$\ln(x) = 3 \Leftrightarrow x = e^{3}$$
$$\ln(x) = 0 \Leftrightarrow x = e^{0} = 1$$
$$\ln(x) = -1 \Leftrightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

Rque ④

$$\left(\ln(U(x))\right)' = \frac{U'(x)}{U(x)}$$

$$\left(\ln(x)\right)' = \frac{(x)'}{x} = \frac{1}{x}$$
$$\left(\ln(x+2)\right)' = \frac{(x+2)'}{x+2} = \frac{1}{x+2}$$

Rque ⑤

$$\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

$$\log_3(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(3)}$$
$$\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

$$\log_a(x) = y \Leftrightarrow x = a^{y}$$

Rque ⑥

F. poly $\to \mathbb{R}$	$\frac{\cdot}{\square}$ $\neq 0$	$\sqrt{\square}$ ≥ 0	$\frac{\cdot}{\sqrt{\square}}$ > 0	$\ln(\square)$ > 0	$\ln\lvert\square\rvert$ $\neq 0$	$\frac{\cdot}{\ell + \sqrt{x}}$ $\neq 0$ ≥ 0

inéquation > 0 ou ≤ 0 → $d°2/3\ldots$ → Equation $= 0$ → T.S

inéquation > 0 ou ≤ 0 → $\frac{\cdot}{\cdot}$ → T.S

inéquation > 0 ou ≤ 0 → $(\ )(\ )$ → T.S

$-a \;\phi\; +a$

$+a \;\phi\; -a \;\phi\; +a$

et → $\cap$ → intersection → ×

ou → $\cup$ → Union → +

Rque ⑦

$\ln(1) = 0$	$e^{0} = 1$
$\ln(e) = 1$	$e^{1} = e$
$\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$	$e^{-1} = \frac{1}{e}$
$\ln(0) = \triangle !!$	

$e \simeq 2,7$

x	0		1		$+\infty$
$\ln(x)$	‖	$-$	0	$+$	

$$a^{x} = e^{x\ln(a)}$$

Rque ⑧

$$\ln^2(x) = (\ln(x))^2$$
$$\ln(x^2) = 2\ln|x|$$

$$\ln^2\left(\frac{x}{y}\right) \neq \ln^2(x) - \ln^2(y)$$
$$\ln(x+y) \neq \ln(x) + \ln(y)$$
$$\frac{\ln(x)}{\ln(y)} \neq \ln(x-y)$$
$$\ln^2(x) \neq 2\ln(x)$$
$$(\ln(x))^2 \neq 2\ln(x)$$

$\triangle !!$

Rque ⑨

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

$\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$	$x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{x^3}$
$\sqrt[3]{x^1} = x^{\frac{1}{3}}$	$x^{\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{x^7}$
$\sqrt{x^1} = x^{\frac{1}{2}}$	$x^{\frac{5}{2}} = \sqrt{x^5}$

Rque ⑩

$$\left(\log_a(x)\right)' = \frac{1}{x\ln(a)}$$

$$\log_a(1) = 0 \;/\; \log_a(a) = 1$$

Rque ⑪

$0 < a < 1$

$$\log_a(x) > \log_a(y) \Leftrightarrow x < y$$

$a > 1$

$$\log_a(x) > \log_a(y) \Leftrightarrow x > y$$

rabie.isli@gmail.com www.profrabiemaths.com Prof_Rabie_Maths 06 61 10 15 16

Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie
2 BAC- PC/SVT

R-que 12

$(+\infty)+(+\infty)=(+\infty)$
$(+\infty)+(-\infty)=F.I$
$(-\infty)+(-\infty)=(-\infty)$

$(+\infty)\times(+\infty)=(+\infty)$
$(+\infty)\times(-\infty)=(-\infty)$
$(-\infty)\times(-\infty)=(+\infty)$

R-que 13

$(+\infty)\times(-2)=(-\infty)$
$(-\infty)\times(-2)=(+\infty)$

$(+\infty)+(-2)=(+\infty)$
$(-\infty)+(-2)=(-\infty)$

$(\pm\infty)\times(0)=F.I$

R-que 14

$\frac{\infty}{0}=\infty$ / $\frac{0}{\infty}=0$
$\frac{\infty}{\ell}=\infty$ / $\frac{\ell}{\infty}=0$
$\frac{0}{\ell}=0$ / $\frac{\ell}{0}=\infty$

$\frac{+\infty}{0^-}=-\infty$	$\frac{+\infty}{-3}=-\infty$
$\frac{3}{+\infty}=0$	$\frac{-\infty}{-2}=+\infty$

R-que 15

$\ln(e^x)=x$

R-que 16

$e^{\ln(x)}=x$

$\frac{3}{0^+}=+\infty$
$\frac{3}{0^-}=-\infty$

$\ln(0^+)=-\infty$
$\ln(+\infty)=+\infty$

Pr. Rabie

On remplace

↓

F.I $\left(\frac{0}{0} / \frac{\infty}{\infty} / (0)\times(\infty) / (+\infty)+(-\infty)\right)$?

+/− → La symétrie — $n\in\mathbb{N}^*=\{1,2,3,\ldots\}$?

$+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$ / $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^n}=0^+$
0^+	$\lim\limits_{x\to 0^+}\ln(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{x\to 0^+}x^n\ln(x)=0^-$
0/1	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln(x)}{x-1}=1$ / $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$

On pose $t=$??

+/− → Astuce

0^+	Factoriser par $\ln(x)$ 90%
$\pm\infty$	Factoriser par x^n 90%

$x\ln(\ )$ — Voisinage $\pm\infty$ → On pose $t=\frac{\ell}{x}$

$x\ln(\ )$ — Voisinage 0^+ →
- $\ln\left(a+\frac{b}{c}\right)=\ln\left(\frac{ac+b}{c}\right)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln(a)-\ln(b)$

La primitive → $\frac{u'}{u}\longrightarrow \ln|u|$ →

- $f(x)=\frac{1}{x}=\frac{(x)'}{x}\longrightarrow F(x)=\ln|x|+c\,/\,c\in\mathbb{R}$
- $f(x)=\frac{1}{x+1}=\frac{(x+1)'}{x+1}\longrightarrow F(x)=\ln|x+1|+c\,/\,c\in\mathbb{R}$

$\frac{a}{x}\longrightarrow a\ln|x|+c\,/\,c\in\mathbb{R}$
$\frac{a}{bx+d}\longrightarrow \frac{a}{b}\ln|bx+d|+c\,/\,c\in\mathbb{R}$

Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie
2 BAC- PC/SVT

Les Fonctions Exponentielles

R-que ①

$$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$$
$$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$$
$$(e^x)^n = e^{nx}$$
$$\frac{1}{e^x} = e^{-x}$$

R-que ④

$$\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x)\, e^{u(x)}$$
$$(e^x)' = (x)'e^x = e^x$$
$$(e^{-x})' = (-x)'e^{-x} = -e^{-x}$$
$$(e^{2x})' = (2x)'e^{2x} = 2e^{2x}$$

R-que ①

$\ln(1) = 0$	$e^0 = 1$
$\ln(e) = 1$	$e^1 = e$
$\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$	$e^{-1} = \frac{1}{e}$

R-que ⑦

$$\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

R-que ⑤

$$a^x = e^{x\ln(a)}$$
$$3^x = e^{x\ln(3)}$$
$$4^x = e^{x\ln(4)}$$

R-que ⑧

$$\left(\log_a(x)\right)' = \frac{1}{x\ln(a)}$$
$$\log_a(a^x) = x$$
$$a^{\log_a(x)} = x$$

R-que ②

$$e^x = e^y \iff x = y$$
$$e^x > e^y \iff x > y$$
$$\ln(x) = a \iff x = e^a$$

R-que ③

$$\ln(e^x) = x$$
$$e^{\ln(x)} = x$$

R-que ⑨

$$\frac{0}{\infty} = 0 \ / \ \frac{\infty}{0} = \infty$$
$$\frac{0}{\ell} = 0 \ / \ \frac{\ell}{0} = \infty$$
$$\frac{\ell}{\infty} = 0 \ / \ \frac{\infty}{\ell} = \infty$$

On remplace

↓

F.I → $\left(\frac{0}{0} \ / \ \frac{\infty}{\infty} \ / \ (0)\times(\infty) \ / \ (+\infty) + (-\infty)\right)$

$\times / \div$ → La symétrie — $n \in \mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$

$+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ / $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$
$-\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0^+$ / $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$
0	$\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$+/-$ → Astuce

$+\infty$	• Factoriser par x • Factoriser par e^x • Décomposer $\left(\frac{a\pm b}{c} = \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}\right)$
$-\infty$	• Développer $\left((a+b)c = ac + bc\right)$
0	• La symétrie $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^{\otimes} - 1}{\otimes} = 1$

La primitive → $u'e^u \longrightarrow e^u$ →

• $f(x) = 3e^{2x} = \frac{3}{2}(2x)'e^{2x} \longrightarrow F(x) = \frac{3}{2}e^{2x} + c \ / \ c\in\mathbb{R}$

• $f(x) = 1e^{-x} = -(-x)'e^{-x} \longrightarrow F(x) = -e^{-x} + c \ / \ c\in\mathbb{R}$

$$e^{ax} \longrightarrow \frac{1}{a}e^{ax} + c \ / \ c\in\mathbb{R}$$

Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie
2 BAC- PC/SVT

Continuité D'une Fonctions Numérique

La continuité

①	②	③	④
F. poly $\mathbb{R}$	$\frac{\cdot}{\cdot}$ $\neq 0$	$\sqrt{\cdot} \geq 0$	$\frac{\cdot}{\sqrt{\cdot}} > 0$

continuité d'une fonction en un point x_0

- $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow$ f est continue en x_0
- $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0) \Leftrightarrow$ f n'est pas continue en x_0

Continuité sur un intervalle

f_1+f_2	$f_1 \times f_2$	$\frac{f_1}{f_2}$
Somme	produit	quotient

Rque

f est continue en x_0 $\Leftrightarrow$
- f est continue à droite en x_0
- f est continue à gauche en x_0

Rque

f est continue sur $]a,b[$ $\Leftrightarrow$ f est continue en tout point de $]a,b[$

Rque

f est continue sur $[a,b]$ $\Leftrightarrow$
- f est continue sur $]a,b[$
- f est continue à droite en a .
- f est continue à gauche en b .

Ex

$f(x) = 3x^4 + \sqrt{x}^2 - x + 2$ et $I = [-1,+\infty[$

La fonction f est une fonction polynôme donc elle est continue sur $\mathbb{R}$ et en particulier sur $[-1,+\infty[$ car $[-1,+\infty[\subset \mathbb{R}$

Image d'un Intervalle par une Fonction Continue et strictement monotone

Rque ①

* f est continue sur I
* f est strictement monotone sur I

1	$f : \nearrow$	$f([a,b]) = [f(a), f(b)]$
2	$f : \searrow$	$f([a,b]) = [f(b), f(a)]$
3	$f : \nearrow \searrow \ \searrow \nearrow$	$f([a,b]) = [\min, \mathrm{Max}]$

Rque ②

I	f est strictement $\nearrow$ sur I	f est strictement $\searrow$ sur I
$[a,b]$	$[f(a), f(b)]$	$[f(b), f(a)]$
$[a,b[$	$[f(a), \lim\limits_{x\to b^-} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to b^-} f(x), f(a)]$
$]a,b]$	$]\lim\limits_{x\to a^+} f(x), f(b)]$	$[f(b), \lim\limits_{x\to a^+} f(x)[$
$]a,b[$	$]\lim\limits_{x\to a^+} f(x), \lim\limits_{x\to b^-} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to b^-} f(x), \lim\limits_{x\to a^+} f(x)[$

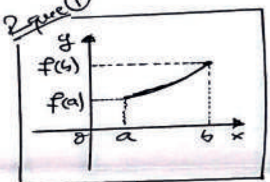
Rque ③

intervalle ouvert $\downarrow$ Limite

Rque ④

intervalle fermé $\downarrow$ Image

Rque ⑤



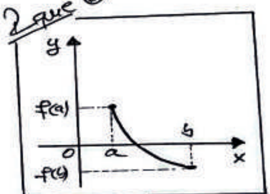
$$f([a,b]) = [f(a), f(b)]$$

Ex

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

* $f([-2,0]) = [0,2]$
* $f([0,2]) = [0,2]$
* $f([-2,2]) = [0,2]$
* $f(]-\infty,+\infty[) =]0,+\infty[$

Rque ⑥



$$f([a,b]) = [f(b), f(a)]$$

Résumé
les Fonctions Ln & Exp

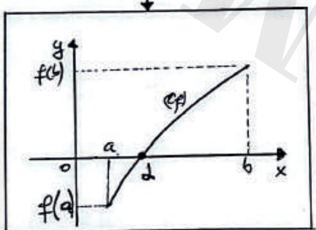
Préparé par : Prof Rabie

2 BAC- PC/SVT

Théorème des Valeurs Intermédiaires

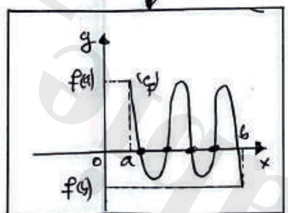
T.V.I

L'équation $f(x)=0$ admet une solution unique sur l'intervalle $]a,b[$



* f est continue sur $]a,b[$
* f est strictement monotone sur $]a,b[$
* $f(a)\times f(b)<0$

L'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution sur l'intervalle $]a,b[$



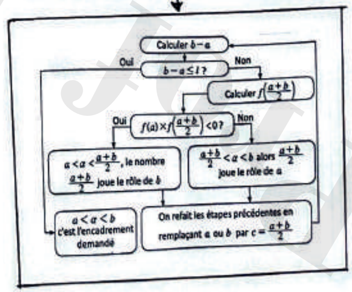
* f est continue sur $]a,b[$
* $f(a)\times f(b)<0$

Cas particulier

L'équation $f(x)=0$ admet une solution unique sur $]a,+\infty[$

* f est continue sur $]a,+\infty[$
* f est strictement monotone sur $]a,+\infty[$
* $0\in f(]a,+\infty[)$

Méthode de la dichotomie



rabie.isli@gmail.com www.profrabiemaths.com Prof_Rabie_Maths 06 61 10 15 16

Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie
2 BAC- PC/SVT

Fonction Réciproque

Rque ①

- f est continue sur I
- f est strictement monotone sur I (f : ↗ ou ↘ sur I)

↓

La fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur : $J = f(I)$

↓

Déterminons $f^{-1}(x)$

↓

$\forall x \in J, \forall y \in I : f^{-1}(x) = y \iff f(y) = x$
⋮
y ??

Rque ②

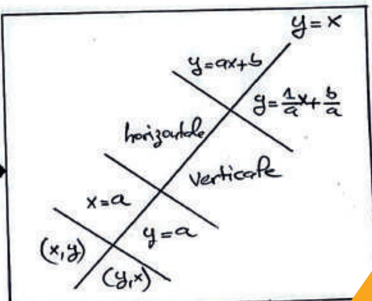
$f^{-1}(3) = \alpha \iff f(\alpha) = 3$
⋮
α ??

Rque ③

$$\left(f^{-1}\right)'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

Rque ④

Les représentations graphiques des fonctions f et f^{-1} dans un repère orthonormé sont symétrique par rapport à la première bissectrice (la droite d'équation $y = x$) du repère



Rque ⑥

Dérivabilité de la fonction réciproque

↓

intervalle

f est continue et strictement monotone sur I.
- f est dérivable sur I
- $(\forall x \in I) : f'(x) \neq 0$

→ f^{-1} est dérivable sur $f(I)$

et on a : $(\forall x \in f(I)) : (f^{-1})'(x) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

Point

f est continue et strictement monotone sur I.
- f est dérivable en x_0
- $f'(x_0) \neq 0$

→ f^{-1} est dérivable en $y_0 = f(x_0)$

et on a : $(f^{-1})'(y_0) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}$

Rque ⑤

x	2		3
f	0	↗	4

x	0		4
f^{-1}	2	↗	3

rabie.isli@gmail.com www.profrabiemaths.com Prof_Rabie_Maths 06 61 10 15 16

Fonction Racine n ième

Rque ①

$$\sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m = x^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{x^n} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^n = x^{\frac{n}{n}} = x$$

$$\sqrt[n]{x}\cdot\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$$

$$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

Rque ②

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m}$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

Ex

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

Rque ③

$$\sqrt[n]{\sqrt[p]{\sqrt[m]{x}}} = \sqrt[n\cdot m\cdot p]{x}$$

Ex ③

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[2]{x}}} = \sqrt[24]{x}$$

Rque ④

$$x^2 = 3 \iff |x| = \sqrt{3}$$

$$x^3 = 4 \iff x = \sqrt[3]{4}$$

Rque ⑤

$$\frac{\sqrt{x'}\cdot\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

Rque ⑧

$\frac{\cdot}{\cdot} \to \pm\infty$ — 99% F

Rque ⑥

$\sqrt[n]{\ } \pm \sqrt[m]{\ }$ — $x \to \ell$ — $-\ell+\ell$; $x \to \pm\infty$ — F

$$a-b = \frac{(a-b)(a+b)}{a+b}$$

$$a+b = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b}$$

$$\frac{1}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b}$$

$$\frac{1}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b)}{a-b}$$

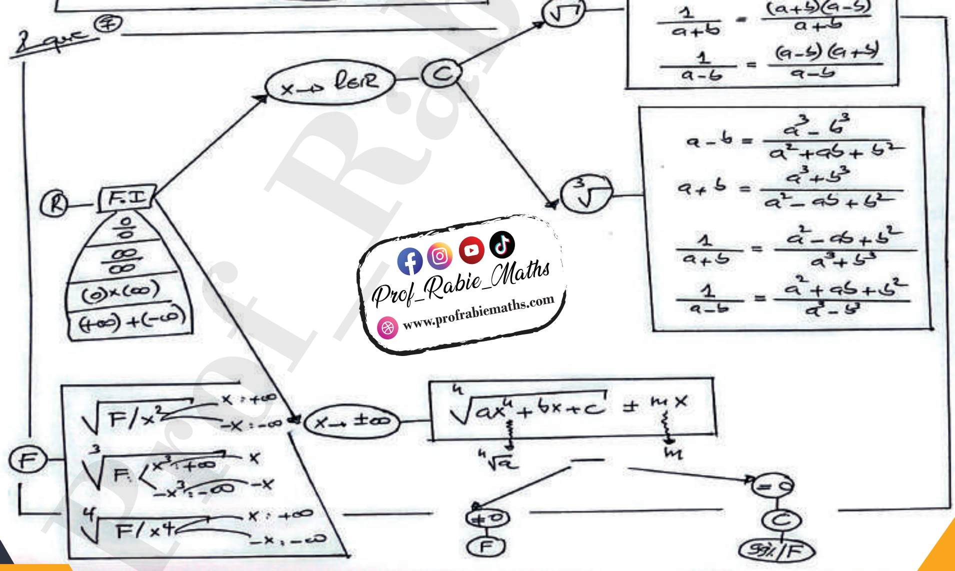
$$a-b = \frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$$

$$a+b = \frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2}$$

$$\frac{1}{a+b} = \frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3}$$

$$\frac{1}{a-b} = \frac{a^2+ab+b^2}{a^3-b^3}$$

Rque ⑦



rabie.isli@gmail.com www.profrabiemaths.com Prof_Rabie_Maths 06 61 10 15 16

Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie
2 BAC- PC/SVT

La Dérivée

Rque ①

$(a)' = 0$

$(ax)' = a$

$(x^n)' = nx^{n-1}$

Rque ②

- $(f+g)' = f' + g'$
- $(f-g)' = f' - g'$
- $(f \times g)' = f' \times g + g' \times f$
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \times g - g' \times f}{g^2}$
- $\left(\frac{1}{f}\right)' = -\frac{f'}{f^2}$
- $\left(\frac{\alpha}{f}\right)' = -\frac{\alpha \times f'}{f^2}$ $/ \alpha \in \mathbb{R}$
- $(\sqrt{f})' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$
- $(\sqrt[n]{f})' = \frac{f'}{n\sqrt[n]{f^{n-1}}}$
- $(\alpha f)' = \alpha \cdot f'$ $/ \alpha \in \mathbb{R}$
- $(f^n)' = n \times f' \times f^{n-1}$

Rque ③

$(\ln(u(x)))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

- $(\ln(x))' = \frac{(x)'}{x} = \frac{1}{x}$
- $(\ln(-x))' = \frac{(-x)'}{-x} = \frac{-1}{-x} = \frac{1}{x}$
- $(\ln(2x))' = \frac{(2x)'}{2x} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$

Rque ④

$\ln^2(x) = (\ln(x))^2$

$\ln(x^2) = 2\ln|x|$

Rque ⑤

$(e^{u(x)})' = u'(x)\, e^{u(x)}$

- $(e^x)' = (x)' e^x = 1e^x$
- $(e^{-x})' = (-x)' e^{-x} = -e^{-x}$
- $(e^{3x})' = (3x)' e^{3x} = 3e^{3x}$

Tableau de variation

① D_f

F. poly $\mathbb{R}$	$\frac{\cdot}{\cdot}$ $\neq 0$	$\sqrt{\cdot}$ ≥ 0	$\frac{\cdot}{\sqrt{\cdot}}$ > 0	$\ln(\cdot) > 0$	$\ln|\cdot|$ $\neq 0$

② $f'(x)$

③ Problème de signe +/- ??

- ln / exp / $\sqrt{\cdot}$
  - $p > 0$
  - $p = 0$
- Fonction polynome
  - Simple
  - $-a \;\phi\; +a$
  - $+a \;\phi\; -a \;\phi\; +a$

→ T.V de f

Résumé

les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie

2 BAC- PC/SVT

La Dérivabilité de f en un Point X0

$\pm\infty$	Demi tangente dirigée vers $\uparrow$ du $\downarrow$ ($\oplus$ / $\ominus$)
0	Demi tangente horizontale
$\ell \neq 0$	Demi tangente de coefficient directeur $f'_{d/g}(x_0) = \ell$

$$\lim_{x \to x_0^{+/-}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$+ \to d$, $- \to g$

$0^+ \to f'_d(0)$

$3^- \to f'_g(3)$

$\pm\infty$

- La fonction f n'est pas dérivable à droite/gauche de x_0
- (C_f) admet une demi tangente verticale dirigée vers le haut ($\oplus$) / bas ($\ominus$) du point $A(x_0, f(x_0))$

0

- La fonction f est dérivable à droite/gauche de x_0
- (C_f) admet une demi tangente horizontale à droite/gauche de x_0.

$\ell \neq 0$ ($\ell \in \mathbb{R}^*$)

- La fonction f est dérivable à droite/gauche de x_0
- (C_f) admet une demi tangente de coefficient directeur $f'_{d/g}(x_0) = \ell$ du point $A(x_0, f(x_0))$

Rque ①

Equation de la tangente

x_0

$(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Rque ②

Demi tangente

Rque ③

Tangente

Rque ④

$f'_d(x_0) = f'_g(x_0)$

- La fonction f est dérivable en x_0.
- (C_f) admet une tangente de coefficient directeur $f'(x_0) = \ell$ au point $A(x_0, f(x_0))$

Rque ⑤

$f'_d(x_0) \neq f'_g(x_0)$

- La fonction f n'est pas dérivable en x_0
- (C_f) admet une point anguleux au point $A(x_0, f(x_0))$

Prof_Rabie_Maths
www.profrabiemaths.com

rabie.isli@gmail.com www.profrabiemaths.com Prof_Rabie_Maths 06 61 10 15 16

Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie
2 BAC- PC/SVT

Les Branches Infinies de (cf)

① $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = a \iff$ (C_f) admet une asymptote horizontale d'équation $y = a$ au voisinage de $\pm\infty$

② $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty \iff$ (C_f) admet une asymptote verticale d'équation $x = a$ ~~au voisinage~~

③ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty \longrightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

- (3.1) 0 : (C_f) admet une branche parabolique de direction (ox) au voisinage de $\pm\infty$
- (3.2) $\pm\infty$: (C_f) admet une branche parabolique de direction (oy) au voisinage de $\pm\infty$
- (3.3) $a \neq 0$ $\longrightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} (f(x) - ax)$
  - (3.3.1) $b \in \mathbb{R}$: (C_f) admet une asymptote oblique d'équation $y = ax + b$ au voisinage de $\pm\infty$
  - (3.3.2) $\pm\infty$: (C_f) admet une branche parabolique de direction $y = ax$ au voisinage de $\pm\infty$

2que

$\boxed{\lim\limits_{x \to \pm\infty} (f(x) - y)}$

- $= 0 \longrightarrow$ (C_f) admet une asymptote oblique d'équation y au voisinage de $\pm\infty$
- $= \pm\infty \longrightarrow$ (C_f) admet une branche parabolique de direction y au voisinage de $\pm\infty$

rabie.isli@gmail.com www.profrabiemaths.com Prof_Rabie_Maths 06 61 10 15 16

La Position Relative d'une Courbe et d'une Droite

D_f

↓

$f(x) - y$

↓

Problème de signe +/- ??

↓

Tableau de signe

↓

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	
(C_f)	(C_f) est au dessous de (D)		(C_f) coupe (D) au point $I(0, f(0))$	(C_f) est au dessus de (D)	

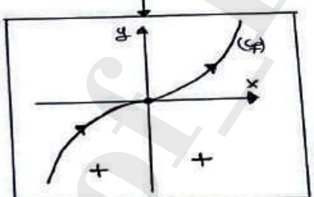
$$(\cos(x))' = -\sin(x)$$
$$(\sin(x))' = \cos(x)$$
$$(\tan(x))' = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

Fonction impaire

↓

- $x \in D_f$ et $-x \in D_f$
- $f(-x) = -f(x)$

↓



↓

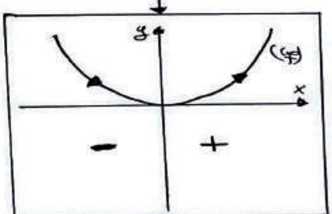
La courbe représentative d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Fonction paire

↓

- $x \in D_f$ et $-x \in D_f$
- $f(-x) = f(x)$

↓



↓

La courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

rabie.isli@gmail.com www.profrabiemaths.com Prof_Rabie_Maths 06 61 10 15 16

Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : *Prof Rabie*

2 BAC- PC/SVT

Axe de symétrie

- $2a - x \in D_f$
- $f(2a-x) = f(x)$

Centre de symétrie

- $2a - x \in D_f$
- $f(2a-x) + f(x) = 2b$

Point d'inflexion

① D_f

F.p, F.r $\mathbb{R}$	$\frac{\cdot}{\cdot}\ (\neq 0)$	$\sqrt{\cdot}\ (\geq 0)$	$\frac{\cdot}{\sqrt{\cdot}}\ (> 0)$	$\ln(\cdot)\ (> 0)$	$\ln\lvert\cdot\rvert$

② $f'(x)$

③ $f''(x)$

④ Problème de signe +/- ??

- Ln / exp / $\sqrt{\ }$
  - $p > 0$
  - $p = 0$
- Fonction polynome → Simple
  - $-a \ \phi \ +a$
  - $+a \ \phi \ -a \ \phi \ +a$

→ Tableau de signe

$+$	$\cup$	convexe
$-$	$\cap$	concave
$\pm \phi \mp$		point d'inflexion (f'' s'annule en x_0 en changeant de signe alors (C_f) admet un point d'inflexion au point $(x_0, f(x_0))$)

2ème : point d'inflexion

- f'' : $\pm \phi \mp$
- f' : $\pm \phi \pm$

2ème : point d'inflexion

ou

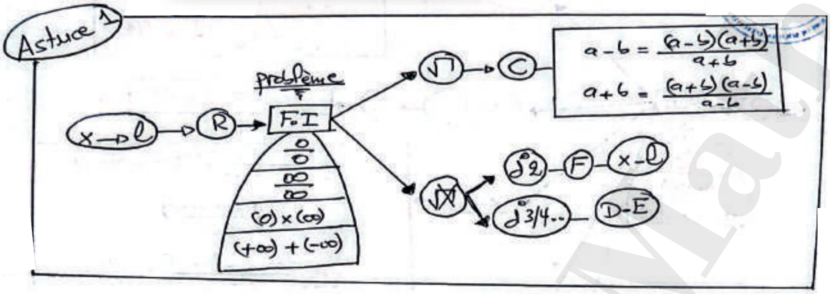
3ème :

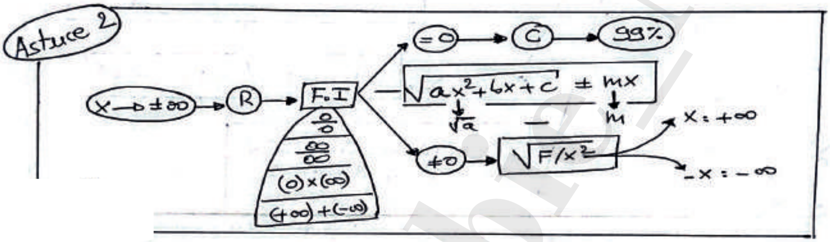
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Prof_Rabie_Maths
www.profrabiemaths.com

rabie.isli@gmail.com www.profrabiemaths.com Prof_Rabie_Maths 06 61 10 15 16

Les Limites





2 que
$\sqrt{+\infty}=+\infty$
$\sqrt[3]{-\infty}=-\infty$

Astuce 3

$$\frac{\ell}{0} \longrightarrow 0^+/0^- \longrightarrow T.S$$

$\frac{3}{0^+}=+\infty$	$\frac{-3}{0^+}=-\infty$
$\frac{3}{0^-}=-\infty$	$\frac{-3}{0^-}=+\infty$

$\sqrt{0}=0^+$	$\lvert 0\rvert=0^+$	$(0)^2=0^+$

$-a\ \phi\ +a$
$+a\ \phi\ -a\ \phi\ +a$

2 que

$(+\infty)+(+\infty)$	$=$	$(+\infty)$
$(+\infty)+(-\infty)$	$=$	F.I
$(-\infty)+(-\infty)$	$=$	$(-\infty)$
$(+\infty)\times(+\infty)$	$=$	$(+\infty)$
$(+\infty)\times(-\infty)$	$=$	$(-\infty)$
$(-\infty)\times(-\infty)$	$=$	$(+\infty)$
$(+\infty)+(-2)$	$=$	$(+\infty)$
$(-\infty)+(-2)$	$=$	$(-\infty)$
$(+\infty)\times(-2)$	$=$	$(-\infty)$
$(-\infty)\times(-2)$	$=$	$(+\infty)$
$(+\infty)\times(0)$	$=$	F.I

2 que

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

2 que

$$\frac{\infty}{\ell}=\infty$$

$$\frac{+\infty}{-2}=-\infty \;/\; \frac{-\infty}{-2}=+\infty$$

2 que

$$\frac{\ell}{\infty}=0$$

$$\frac{3}{+\infty}=0 \;/\; \frac{2}{-\infty}=0$$

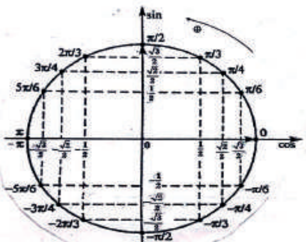
Résumé
les Fonctions Ln & Exp

Préparé par : Prof Rabie
2 BAC- PC/SVT

Astuce 4

sin / cos / tan → ® → F.I : $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $(0)\times(\infty)$; $(+\infty)+(-\infty)$

- $x \to 0$ → Ⓢ →
  - $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$
  - $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$
  - $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = 1/2$
- $x \to a\ (a \neq 0)$ → Ⓢ → on pose $t = ??$
- $x \to x_0$ →
  - $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{\cos(x)-\cos(x_0)}{x-x_0} = -\sin(x_0)$
  - $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{\sin(x)-\sin(x_0)}{x-x_0} = \cos(x_0)$
  - $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{\tan(x)-\tan(x_0)}{x-x_0} = \frac{1}{\cos^2(x_0)} = 1+\tan^2(x_0)$
- $x \to \pm\infty$ → $-1 \leq \sin(x) \leq 1$ / $-1 \leq \cos(x) \leq 1$
-
  - $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1 = 1 - 2\sin^2(x)$
  - $\sin(2x) = 2\sin(x).\cos(x)$
  - ⋮



2 que

$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$ $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$
$\tan(a-b) = \frac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\times\tan(b)}$ $\tan(a+b) = \frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\times\tan(b)}$
$\tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$
$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

2 que

- $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$
- $\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$
- $\tan^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{1+\cos(2x)}$

2 que

$$1+\tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

2 que

$\cos(x) = \cos(\alpha) \Leftrightarrow$	$x = \alpha + 2k\pi / k\in\mathbb{Z}$ $x = -\alpha + 2k\pi / k\in\mathbb{Z}$
$\sin(x) = \sin(\alpha) \Leftrightarrow$	$x = \alpha + 2k\pi / k\in\mathbb{Z}$ $x = \pi - \alpha + 2k\pi / k\in\mathbb{Z}$
$\tan(x) = \tan(\alpha) \Leftrightarrow$	$x = \alpha + k\pi / k\in\mathbb{Z}$